



ZJU-UIUC INSTITUTE

Zhejiang University University of Illinois Urbana-Champaign Institute
浙江大学伊利诺伊大学厄巴纳香槟校区联合学院

Certificate of Achievement

In Recognition of Outstanding Performance in
Academic Poster Exhibition of
2024 Undergraduate Summer Research Program

Award to

张驰 吴阜洋 李炳赫

ZHANG CHI WU FUYANG LI BINGHE



ZJU-UIUC Institute

November 29th, 2024



ZJU-UIUC INSTITUTE

Zhejiang University-University of Illinois Urbana-Champaign Institute

浙江大学伊利诺伊大学厄巴纳香槟校区联合学院

Certificate of Achievement

In Recognition of Outstanding Performance in

2024 Undergraduate Summer Research Program

Award to

张驰 吴阜洋 李炳赫

ZHANG CHI WU FUYANG LI BINGHE

ZJU-UIUC Institute

November 29th, 2024

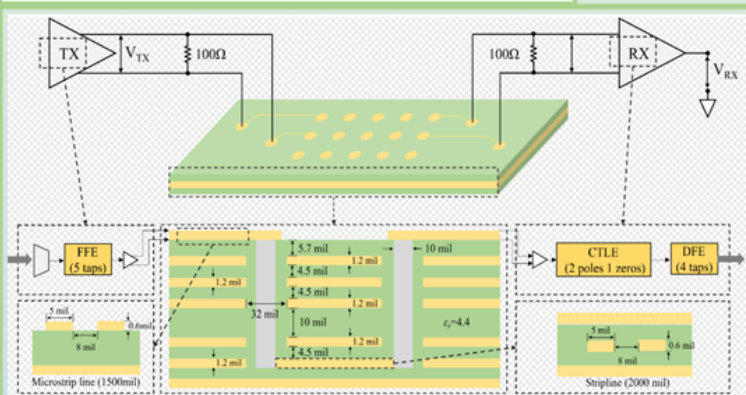
Contact: Prof. Ma: hanzhim@intl.zju.edu.cn

Team Email: chi.23@intl.zju.edu.cn

基于机器学习和多目标优化算法的 高速信号通道研究

Research on High-Speed Signal Channel Based on Machine Learning and Multi-Objective Optimization Algorithm

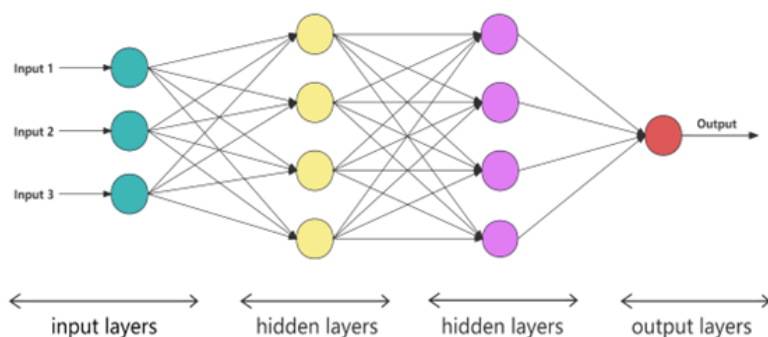
High-Speed Channel Model



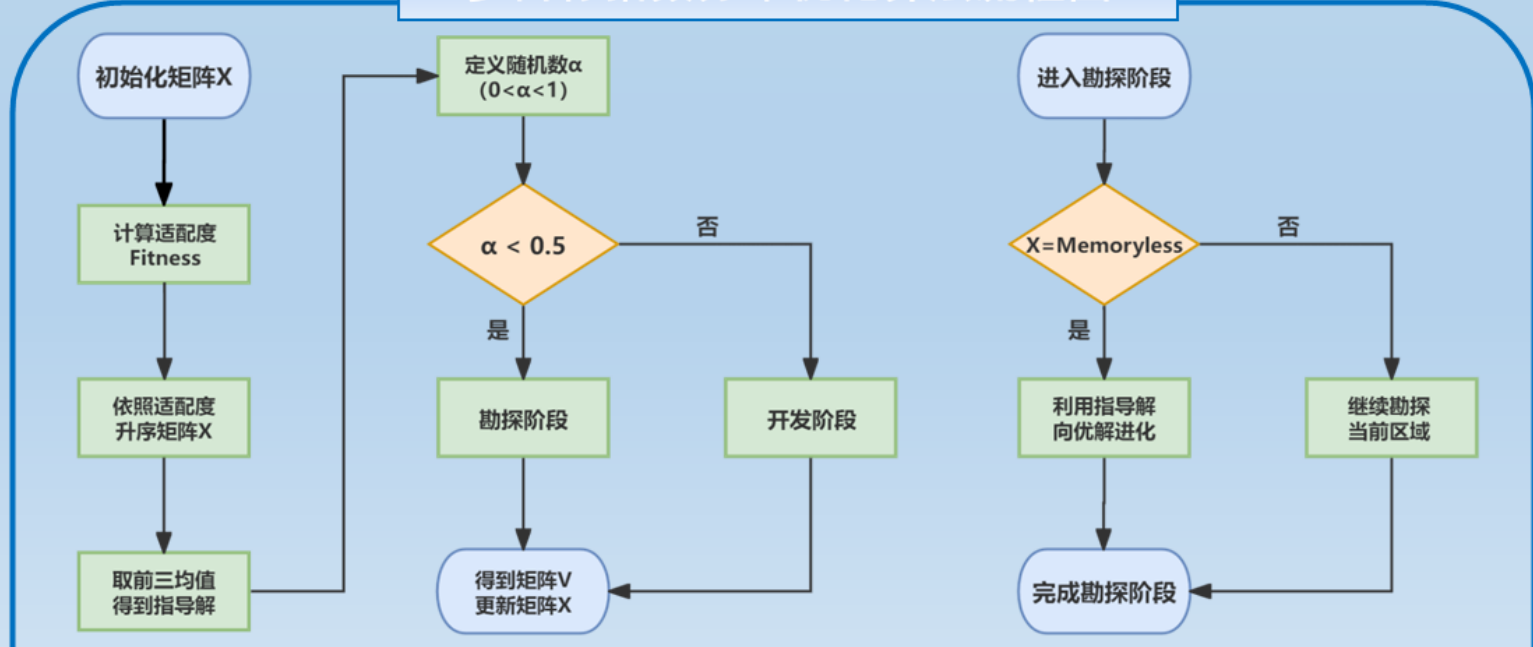
Project Intro: With continuous growth of signal transmission rates within integrated circuit chips, loss of signal quality transmitted by the channel is becoming more and more serious. In order to explore the loss factors of signal quality during the transmission of signals in the high-speed channel, our research is based on the knowledge of signal integrity, combined with machine learning methods and multi-objective optimization algorithms to model and analyze the signal integrity of high-speed signal channels. In that case, we have the capabilities to improve the speed and accuracy of the simulation and optimize the design of electronic circuits, which is of great scientific significance and industrial application value.

P.S: Thanks to Qiu Jiarui for providing High-speed Channel Model.

Methodology: At the first stage, we set variables according to the papers we have already read before. Then, we embark on the simulation for the High-Speed Channel Model. Next, machine learning methods like Support Vector Machine (SVM) and Deep Neural Network (DNN) are applied to be trained and estimate the eye height and eye width with large database. In order to improve the speed and accuracy of the algorithms, we are now conducting a preliminary research on multi-objective optimization algorithms. A multi-objective optimization algorithm termed Multi-objective Exponential Optimizer (MOEDO) has been found so far. After delving into the algorithm as well as testing the open-source code, we grasp the core process and make a concise flow chart as below.



Results & Discussion: The radii of via, pad and anti-pad have an impact on signal quality to some extent when the signals are transmitted through the High-Speed Channel. Besides, both Support Vector Machine and Deep Neural Network have similar performance in estimation. However, the latter one outperforms in accuracy due to a smaller Root Mean Square Error (RMSE) within estimated results. In the future study, we will focus on researching on suitable multi-objective optimization algorithms.



浙江大学

ZJUI 学院 2024年暑期科研项目总结材料



中文论文题目：基于机器学习和多目标优化算法
的高速信号通道研究

英文论文题目：**Research on High-Speed Signal Channel Based on
Machine Learning and Multi-Objective Optimization Algorithm**

成员姓名：张 驰 (3230116072)

吴阜洋 (3230112159)

李炳赫 (3230116075)

指导教师：马涵之

指导教师所在学院：国际联合学院

暑期研究起止日期：2024 年 6 月 3 日-2024 年 7 月 15 日

摘要

随着集成电路芯片内部信号传输速率的持续增长，通道传输的信号质量的损耗愈加严重，高速信号通道的优化设计在现代电子设备中的角色日益凸显，而信号完整性在这一领域中显得尤为至关重要。信号完整性的核心目标是确保在信号传输过程中维持信号的准确性、稳定性和可靠性。现有的电子设计自动化技术在处理高速信号通道中的信号完整性方面存在一些限制，其中之一是由于硬件复杂性而导致的建模能力不足。鉴于机器学习模型能够从大量数据集中学习特征，并根据这些特征做出推断，这种方法有望为信号完整性建模和分析提供新的途径，以应对复杂电子系统中信号完整性建模的挑战。为探究高速信号于通道传输过程中的损耗因素，本课题以信号完整性为基础，结合机器学习方法以及多目标优化算法，对高速信号通道的信号完整性进行建模分析，以提高仿真设计的速度和精度，优化电子电路设计，具有重要的科学意义和工业应用价值。

Abstract

With the continuous growth of signal transmission rates within integrated circuit chips, the loss of signal quality transmitted by the channel is becoming more and more serious. The optimized design of high-speed signal channels is playing an increasingly prominent role in modern electronic equipment, and signal integrity (SI) is particularly critical in this area. The core objective of signal integrity is to ensure that signal accuracy, stability and reliability are maintained during signal transmission. Existing electronic design automation techniques have a number of limitations in dealing with signal integrity in high-speed signal channels, one of which is the lack of modeling capabilities due to hardware complexity. Given the ability of machine learning models to learn features from large datasets and make inferences based on these features, this approach promises to provide new ways for signal integrity modeling and analysis to address the challenges of signal integrity modeling in complex electronic systems. In order to explore the loss factors of signal quality during the transmission of signals in the high-speed channel, our research is based on the knowledge of signal integrity, combined with machine learning methods and multi-objective optimization algorithms to model and analyze the signal integrity of high-speed signal channels. In that case, we will have the capabilities to improve the speed and accuracy of the simulation and optimize the design of electronic circuits, which is of great scientific significance and industrial application value.

1 高速信号通道的建模

高速信号通道建模的准确性和简化性是至关重要的两项指标，决定最终生成的 S 参数以及眼高眼宽等数据的精准程度，以确保后续阶段在应用机器学习相关算法时有充足且精密的数据基础。为有效兼顾准确性和简化性两项指标，我们将整体任务分成两个部分：对高速信号通道的建模和对电子电路的搭建。前者基于 Ansys 软件，聚焦高速信号通道的精密结构以及通道特性，如过孔、焊板、微带线和带状线等，后者基于 ADS 软件，致力于从宏观视角搭建简化的电子电路，包括发射端、信道、接收端与眼图仪等。如图 1-1 所示，最后我们将两个部分任务结合，从而实现高速信号通道的完整建模。

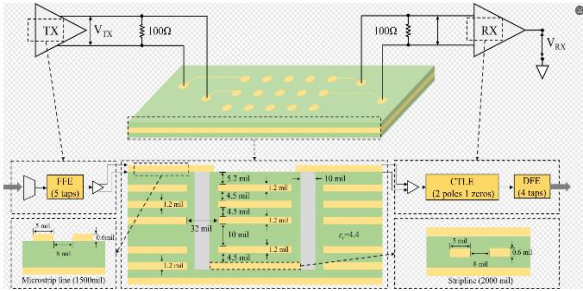


图 1-1 高速信号通道模型及参数

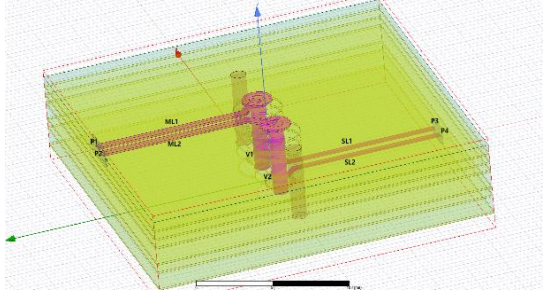


图 1-2 三维立体化高速信号通道模型

1.1 基于 Ansys 软件的高速信号通道建模

Ansys 是一款功能强大的多物理场仿真软件，旗下的 HFSS 作为一款高频结构仿真器，被广泛应用于信号完整性领域的高速信号通道建模当中。我们利用 HFSS 软件中的裁剪或拼接操作，构建三维立体化的高速信号通道模型，并且设置材料属性、边界条件及激励源等参数条件，进而能够计算并可视化信号的电磁场分布、S 参数（散射参数）等关键指标，为后续对高速信号通道的信号完整性分析提供重要依据和数据储备。

如图 1-2 所示，这是一个三维立体化高速信号通道模型。一对差分信号从模型顶部边沿处的微带线双端口（图例 P1、P2）输送至模型内部，随后沿微带线（图例 ML1、ML2）传输，经由过孔（图例 V1、V2）向下传输，最后沿底部带状线（图例 SL1、SL2）输送至对侧边沿的带状线双端口（图例 P3、P4）并完成整个信号传输过程。考虑到高速信号通道内部信号质量会受到传输过程中多方面因素的影响，我们通过查阅大量相关资料并结合该模型参数特性，最终选择过孔半径、焊盘半径以及反焊盘半径作为三个变量，重点研究这三种变量在一定区域范围内的波动对传输信号质量的影响程度。过孔半径、焊盘半径以及反焊盘半径三个变量的波动范围以及对应单位分别如表 1-1 所示。

过孔半径(via_r)	焊盘半径(pad_r)	反焊盘半径(antipad_r)
3.5-6.5 mil	9-12 mil	10-18 mil

表 1-1 过孔半径、焊盘半径、反焊盘半径的参数范围

在完成对高速信号通道模型中变量筛选和波动范围设置之后，我们对该模型进行了仿真分析，并从 HFSS 软件中手动导出了 1309 组数据。随后我们对这 1309 组数据进行了逐一地排查筛选，汇总一千多份 S4p 文件并根据文件存放地址整理成一份 CSV 文档，便于后续在 ADS 软件中进行批量仿真以及为机器学习算法的数据集构建提供便利。除此之外，更多与该高速信号通道模型相关的详细参数与模型的整体架构，请见图 1-1 标注。

1.2 基于 ADS 软件的电子电路搭建

ADS (Advanced Design System) 是一款集成化电子设计自动化软件, 适用于高速数字电路的设计与分析。在高速信号通道建模中, 我们在 ADS 软件中搭建电路原理图, 利用其强大的仿真功能进行信号完整性、噪声、眼高眼宽等多方面的分析, 为后续阶段应用机器学习算法进行高速信号通道的信号完整性分析和预测眼高眼宽提供数据储备。

如图 1-3 所示, 这是一个二维图形化的电子电路布局图。一对差分信号从发射端 (Tx) 进入, 沿信道传输至接收端 (Rx), 最终由眼图仪接收并显示眼图, 从而得到眼高眼宽等数据。为了将 HFSS 仿真分析得到的高速信号通路模型的 S 参数文件导入至 ADS 软件中所搭建的电子电路, 我们使用了 ADS 内置组件, 即批量仿真 (Simulation Batch) 和变量设置。我们利用存放有 1309 组 S4p 文件地址的 CSV 文档, 将上千组数据导入到 Snp 组件当中, 并逐一完成仿真操作。考虑到真实的信号传输场景会受到发射端信号抖动 (Jitter) 的影响, 我们查阅相关资料并设置了周期性抖动幅度和周期性抖动频率两种变量, 其波动范围如下表 1-2 所示。除过孔半径、焊盘半径和反焊盘半径以及电子电路中周期性抖动幅度和周期性抖动频率, 其相关参数皆为定值, 具体参数值如图 1-3 所示。

在完成数据导入与仿真操作之后，我们通过眼图仪测量出全部组数据的眼高和眼宽两个参数，并且将眼高眼宽导出汇总成一份 CSV 文件。后续工作中，我们逐一排查每组眼高眼宽数据并抽样检验其合理性。对于误差值偏大的眼高眼宽数据，我们对其进行删除或优化处理。最终，我们总共从 1309 组眼高眼宽数据中筛选整理出 1200 组数据以交付于随后机器学习算法的训练和测试工作，确保了训练集和测试集的充实性和可靠性。

变量名	变量范围
周期性抖动频率(FFF)	1-3 GHz
周期性抖动幅度(PPP)	5-45 psec

表 1-2 抖动变量及参数范围

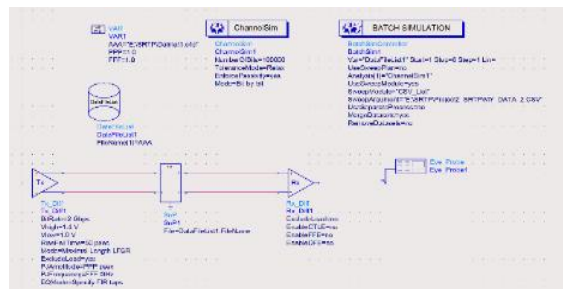


图 1-3 ADS 中搭建的电子电路

2 机器学习算法的应用

机器学习 (Machine Learning, ML) 是现代数据分析和预测领域的重要工具, 通过分析大量历史数据, 机器学习模型可以对未来趋势、模式和行为做出预测。在机器学习中, 常用的算法包括线性回归、决策树、支持向量机、神经网络等。机器学习模型的训练过程, 通常包括数据准备、特征选择与提取、模型选择与训练、评估与调优等过程。在高速信道建模完毕后, 我们查询资料对参数的区间选择进行合理确定, 并仿真得到多组信号眼高眼宽的结果。最终, 我们选择了机器学习中的支持向量机算法和深度神经网络算法, 对仿真的结果进行分析预测。

2.1 支持向量机算法

支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) 算法最早由 V.N.Vapnik 等人提出, 最初被设计用于解决二分类问题。它通过在特征空间中寻找一个相对最优的超平面, 将不同类别的样本数据最大化间隔分开, 是一种有效的监督学习算法。然而, SVM 不仅仅适用于分类问题, 它还可以扩展为回归问题, 这就是我们所说的支持向量回归 (Support Vector Regression, SVR)。在回归问题中, 支持向量机的目标是找到一个函数, 使得大多数训练数据都位于该函数的 “ ε -不敏感” 区域内, 即模型不会对误差在某个范围内的样本产生惩罚。这一范围由用户指定的超参数 ε 决定。换句话说, 支持向量回归试图在保证误差小于某个容差 ε 的情况下, 拟合出一个最优的回归函数。我们首先采用这种方法对数据进行拟合。

2.1.1 数学理论框架

在支持向量机回归算法中, 我们将引入多种新数学概念, 例如损失函数、核函数、拉格朗日乘子以及对偶问题等。下文我们提供了对这些概念的详细阐述。

ε -不敏感损失函数

支持向量回归中, 损失函数的选择至关重要, 即选择计算预测值和真实值的差距的一种类型的函数。传统的回归方法使用均方误差或绝对误差作为损失函数, 而支持向量回归采用的是 ε -不敏感损失函数, 其具体的数学形式可表示为:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & |y - f(x)| \leq \varepsilon \\ |y - f(x)| - \varepsilon, & |y - f(x)| > \varepsilon \end{cases} \quad (1)$$

不同于传统损失函数, 该损失函数的特点是: 当预测值与实际值之间的误差小于或等于 ε 时, 不会对模型产生惩罚, 从而允许模型具有一定的误差容忍度。

核函数

对偶问题的形式中出现的核函数 $K(x_i, x_j)$ ，是 SVM 处理非线性数据的关键所在。通过选择合适的核函数，支持向量回归能够将低维数据映射到高维特征空间，在高维空间中拟合非线性关系，从而解决非线性回归问题。常见核函数如下所示。

表 2-1 常见的三种核函数及其功能概述

核名称	概念及功能
线性核	线性核适用于线性可分的数据，是最简单的一类核函数
多项式核	适合处理具有多项式关系的数据，扩展了输入数据的维度
径向基函数核	径向基函数核（RBF）是机器学习算法中最常用的处理非线性目标函数的核函数之一，其适用大多数非线性问题

核函数的选择对模型的表现有重要影响，在具体的实际应用当中，我们通常需要通过交叉验证来选择最优的核函数和参数，使算法在回归任务中表现出色。

拉格朗日对偶问题

为了求解支持向量回归中的优化问题，我们通常会通过引入拉格朗日乘数，将原始问题转化为一个对偶问题，使其变得更容易求解。通过拉格朗日对偶理论，我们可以使得原本的约束优化问题转化为无约束优化问题，从而简化求解过程。我们在查阅大量文献并推导相关公式之后，简化得到对偶问题的目标函数为：

$$\min \frac{1}{2} \sum_{i,j} (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*)K(x_i, x_j) - \epsilon \sum_{i=1}^n (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^n y_i(\alpha_i - \alpha_i^*) \dots\dots\dots (2)$$

其中， α_i 和 α_i^* 为拉格朗日乘子，用于表示对违反约束的数据点所进行的惩罚。上述式子中 $K(x_i, x_j)$ 是核函数，其函数值等同于 $\phi(x_i) \cdot \phi(x_j)$ ，其中 $\phi(x_i)$ 和 $\phi(x_j)$ 是从低维映射到高维空间的两个非线性函数，表示输入数据在高维空间中的内积。

对偶问题的求解

在这个对偶问题中，优化目标是指找到使目标函数最小化的拉格朗日乘子 α_i 和 α_i^* 。在解得这些乘子后，我们可以得出支持向量回归的最终决策函数形式如下。其中， α_i 和 α_i^* 是通过优化求得的拉格朗日乘子， $K(x_i, x)$ 是核函数， b 为偏置项。

$$f(x) = \sum_{i=1}^n y_i(\alpha_i - \alpha_i^*)K(x_i, x) + b \tag{3}$$

2.1.2 预测效果评估

支持向量机作为一种强大的机器学习算法，在在面对复杂的非线性数据，即我们电路中的各项参数以及输出端的眼高眼宽时，表现出了非常好的效果。在改变参数进行仿真，并得到大量有效数据后，我们按照 7:3 的比例，将数据分为了训练集（用于训练参数）与测试集（测试模型的准确率）进行拟合预测。支持向量机关于眼高的预测结果如下，RMSE（Root Mean Square Error）即均方根误差。

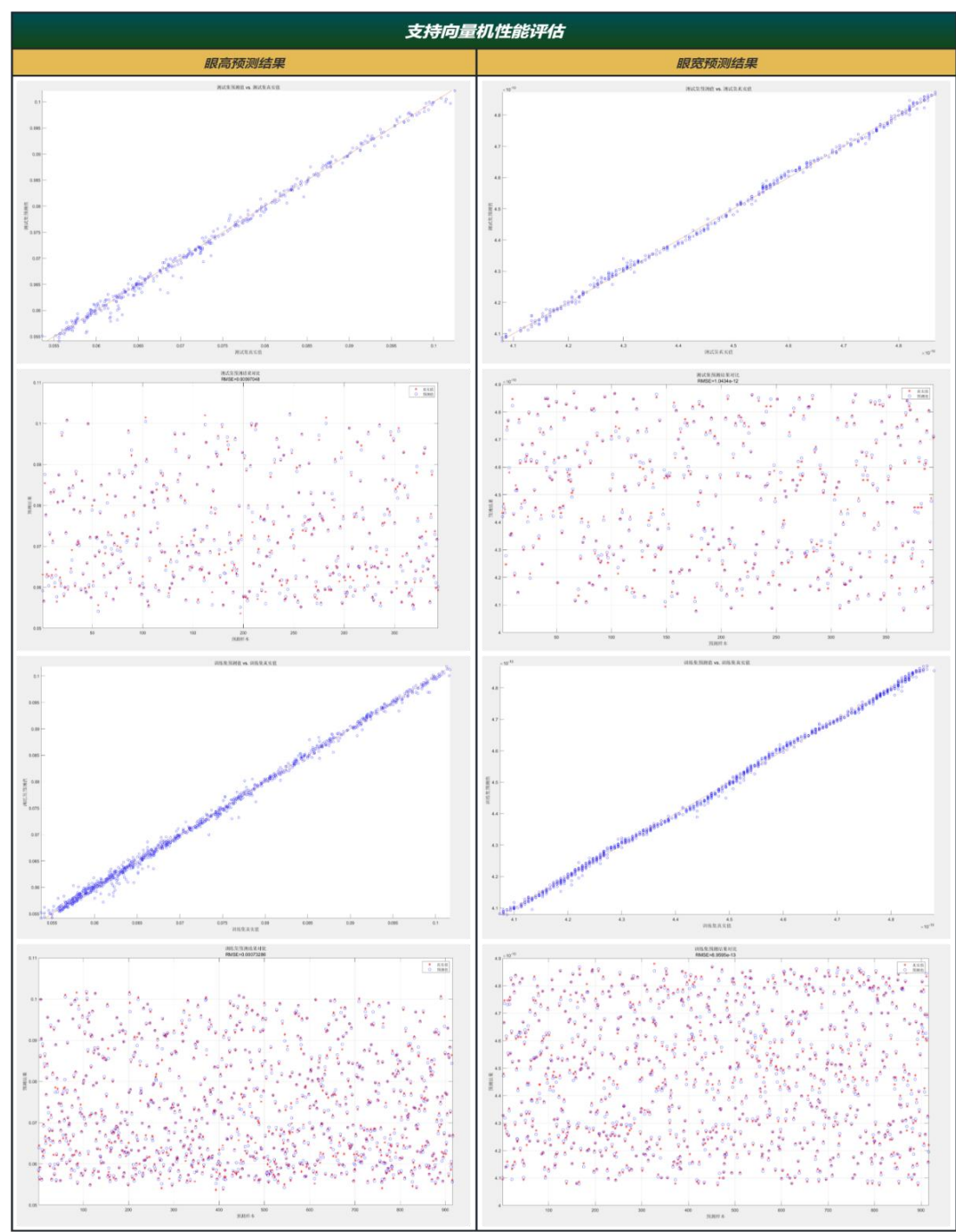


图 2-1 支持向量机（SVM）关于眼高眼宽的预测性能评估

2.2 深度神经网络（DNN）

深度神经网络（Deep Neural Network, DNN）是一种人工神经网络（ANNs），它由多个层次的神经元（节点）组成，包含输入层、隐藏层、输出层，用于模拟人脑的学习方式。这种网络通过不断的迭代和训练，能够自动从大量数据中学习到复杂的模式和特征。深度神经网络在特征学习、非线性处理等方面表现非常出色，深度神经网络通过多层结构，在多元复杂的数据集中逐层提取和抽象输入数据的特征，从而学习到输入数据中相关联的复杂模式和关系。此外，深度神经网络能够引入非线性激活函数，使得网络具有学习和表示复杂非线性关系的能力，这一能力的体现可以适用于处理现实情况中的非线性问题。

2.2.1 神经网络组成部分

输入层（Input Layer）：输入层是深度神经网络的第一层，负责接收原始数据输入。输入层中的每个节点（神经元）通常对应于输入数据的一个特征。数据进入输入层之前，通常需要进行预处理，例如归一化（Normalization）、标准化（Standardization）等操作，以消除数据间的差异，并转换为神经网络能够有效处理的形式。因此，每一个输入神经元只是简单地将接收到的输入特征值传递给后续的隐藏层，而不进行任何计算或变换操作。

隐藏层（Hidden Layer）：位于输入层和输出层之间，是深度神经网络的核心部分。隐藏层负责对数据进行一系列的非线性变换和特征提取，以捕捉数据中的复杂模式和关系。隐藏层通过逐层对输入进行处理，使得网络能够识别数据中的重要模式或特征。处于前面的隐藏层通常提取较低级的特征，而越往深处的隐藏层则越能提取抽象或高层次的特征。在网络的前向传播过程当中，隐藏层接收来自前一层的输入，并将其进行加权求和之后再通过激活函数得到输出。该输入输出过程可以通过假设特定情形下的数学公式加以表示。假设第 l 层隐藏层有 l 个神经元，若前一层的输出向量 X_{l-1} ，则第 l 层的输出 X_l 应为：

$$X_l = f(W_l * X_{l-1} + b_l) \quad (4)$$

其中， W_l 是第 l 层的权重矩阵； b_l 是偏置向量； f 是激活函数（如ReLU、Sigmoid等）

隐藏层通过激活函数引入非线性机制，可以将简单的线性输入变换为更复杂的模式，从而帮助深度神经网络学习到更复杂的映射关系，激发深度神经网络的内在潜力与活性。在我们的代码中应用了ReLU（Rectified Linear Unit）一函数，其对应的数学公式如下：

$$f(x) = \max(0, x) \quad (5)$$

输出层（Output Layer）：是神经网络中的最后一层，它直接生成最终的预测结果或决策。输出层的主要任务是将从前一层特征或信息进行整合，并产生模型的输出结果。

全连接层（Fully Connected Layer，简称FC层）：其每个神经元与前一层的所有神经元相连接，形成“全连接”的网络结构。全连接层主要用于将特征提取后的数据进行综合处理，出现在神经网络的最后几层，用于最终的分类或回归任务。全连接层通常与非线性激活函数结合使用。激活函数（activation function）的作用是引入非线性，从而增强网络的表达能力，机器学习领域常见的激活函数如图2-2所示。我们使用的是ReLU（Rectified Linear Unit）这一激活函数。ReLU激活函数作为目前使用最广泛的激活函数，具有计算更简单、收敛速度快等显著优点。它将输入中的负值置为0，仅保留正值，因此可以引入非线性。

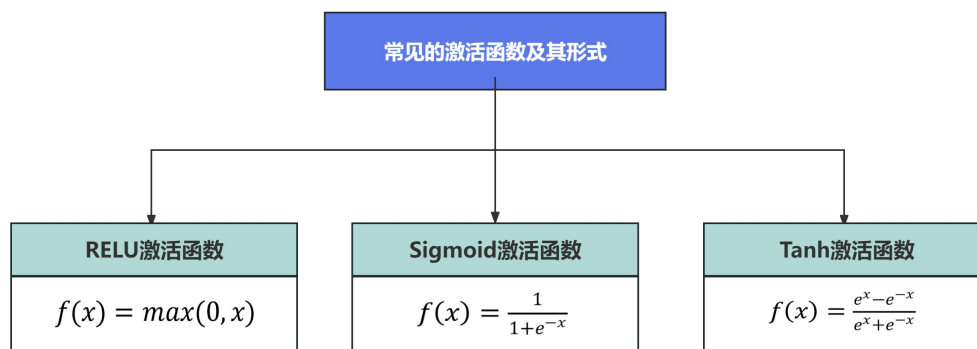


图 2-2 常见的激活函数及公式

2.2.2 数学理论框架

深度神经网络由多层神经元组成，这些神经元按层次结构排列。每一层的神经元接收来自前一层的输入，通过加权求和、偏置和激活函数处理后，将输出传递给下一层神经元。DNN中的深度意味着有多个隐藏层，这使得它能够学习到输入数据中的复杂、非线性关系。在数学领域当中，我们可以将深度神经网络看作是一系列的复合函数的组合，其中每一层表示一个函数变换。比方说，我们假设输入数据为L，那么该深度学习网络可以表示为：

$$f(x) = f_L(f_{L-1}(...f_1(x))) \quad (6)$$

其中， f_i 表示第i层的非线性变换，L是总层数。在深度神经网络中，每一层的神经元执行两个主要操作：线性变换和非线性激活。除此之外，线性变换（linear transformation）同样是深度神经网络数学体系中的一个重要概念。对于第一层的所有神经元，其输入应当是前一层的输出 $a_{(l-1)}$ ，通过权重矩阵 W_l 和偏置变量 b_l 进行线性变换， z_l 即线性变换结果。

$$z_l = W_l a_{l-1} + b_l \quad (7)$$

2.2.3 预测效果评估

由于其在与特征学习能力和非线性映射能力等方面的优势，深度神经网络预测相较于SVM展现了更加优异的效果。但是由于深度神经网络的模型复杂度高，参数数量较庞大，很容易在训练集上表现良好但在测试集上效果较差，即过拟合。在实际情况中，我们可以通过数据增强和扩展训练集缓解这一问题。以下是深度神经网络来预测眼高眼宽的效果：

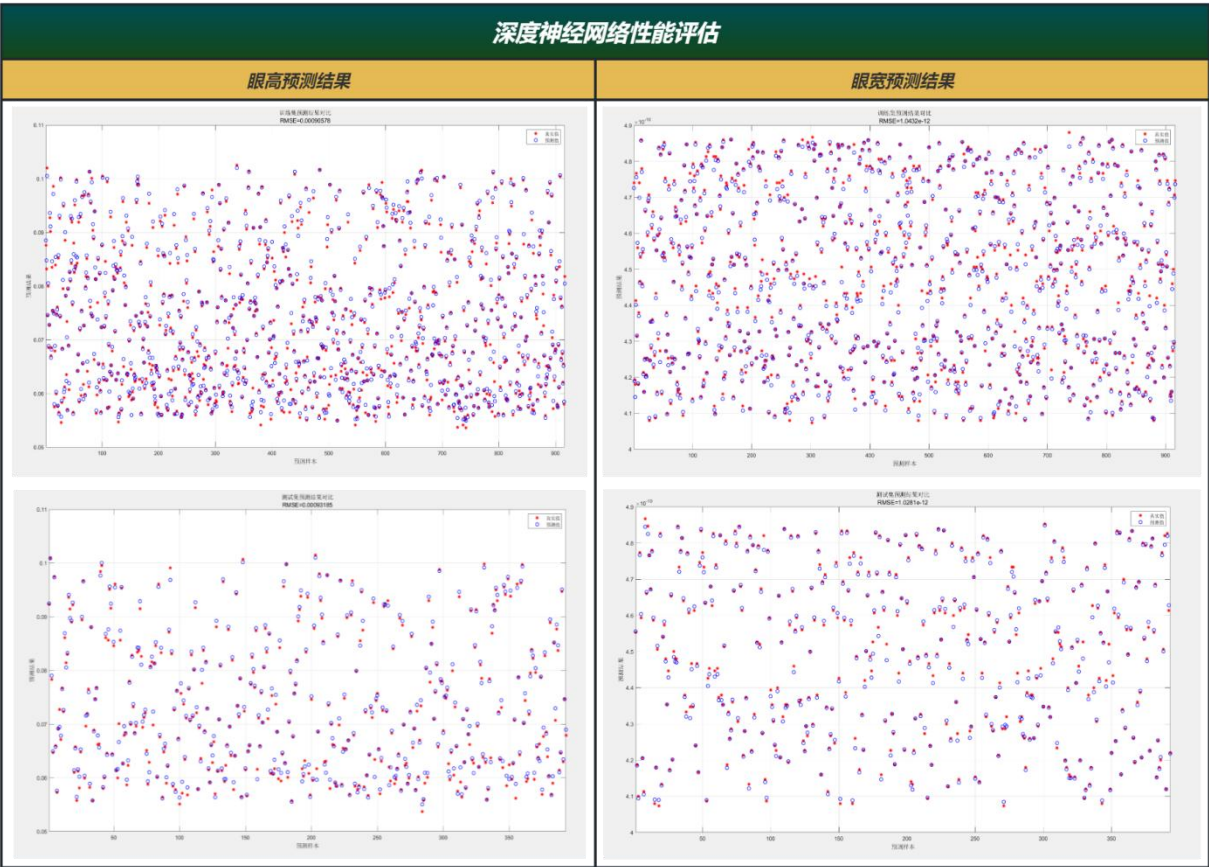


图 2-3 深度神经网络（DNN）对眼高眼宽的预测

	支持向量机	深度神经网络
眼高训练集	0.00073286	0.00090578
眼高测试集	0.00097048	0.00093185
眼宽训练集	8.9595e-13	1.0432e-12
眼宽测试集	1.0434e-12	1.0281e-12

表 2-2 支持向量机和深度神经网络预测效果对比（RMSE 均方根差值）

3 多目标优化算法的调研

多目标优化算法 (Multi-objective Optimization Algorithm, MOA) 是用于解决具有多个目标函数的优化问题的一类算法。这类问题通常涉及多个相互冲突或相互依存的目标, 需要在不同目标之间进行权衡以找到一组相对最优的解, 即帕累托最优解集。

基于原有单目标优化算法的多目标优化算法不断涌现, 典型的多目标优化算法如非支配排序遗传算法 II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II, NSGA-II), 基于分解多目标优化算法 (Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition, MOEA/D), 多目标粒子群优化算法 (Multi-Objective Particle Swarm Optimization, MOPSO) 和多目标灰狼优化算法 (Multi-Objective Grey Wolf Optimizer, MOGWO) 等。

3.1 多目标指数优化算法

多目标指数优化算法 (Multi-objective Exponential Distribution Optimizer, MOEDO) 是一种在指数分布优化算法 (Exponential Distribution Optimizer, EDO) 的基础上引入了多目标优化机制而形成的多目标优化算法, 旨在解决具有多个冲突目标函数的优化问题。

3.1.1 指数分布优化算法的数学理论框架

指数分布理论 (Exponential Distribution Theory) 是多目标指数优化算法的最基本的数学框架, 其作为一种连续概率分布, 常用于描述等待时间、寿命、无故障时间等非离散的随机变量的分布。为了详细阐述这一理论, 我们假设现在有一个指数随机变量 x 和一个与之对应的参数 λ , 那么两者之间的数学关系可以表示为 $x \sim \text{EXP}(\lambda)$ 这一形式。则指数随机变量 x 的概率密度函数 (Probability Density Function, PDF) 可以表示为:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

时间变量具有连续性和非负性两大基本特征。时间变量的连续性意味着该随机变量可以取实数轴上的任意值, 非负性意味着该随机变量的值永远大于或等于零。连续性和非负性二者共同决定了时间变量于指数分布的概率密度函数上的归一性, 即其概率密度函数在其整个定义域上的积分必须等于一, 即 $\int_0^{\infty} f(x)dx = 1$ 等式成立。由此我们可以推导出, 指数分布的累积分布函数 (Cumulative Distribution Function, CDF) 表示为:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

由于时间变量具有非负性，根据式子（1）得出：参数 λ 是正值，代表指数分布的发生速率。由式子（2）得出两点：随着 λ 增大，即指数分布发生速率增大，相关随机变量的概率值的有效波动范围在减小；累计分布函数随着随机变量 x 的增大而逐渐趋于数字一。为直观地分析随机变量的指数分布，我们计算均值（mean）及方差（variance）：

$$\mu = \frac{1}{\lambda} \tag{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2} \tag{4}$$

式子（3）表明，对于一个呈指数分布的随机变量，其均值 μ 等于参数 λ 的倒数，即均值与指数分布的发生速率成反比例关系。式子（4）表明，对于一个呈指数分布的随机变量，其方差 σ^2 等于参数 λ 平方的倒数，即方差与指数分布的发生速率的平方成反比例关系。结合式子（3）和式子（4）推导出均值 μ 和方差 σ^2 二者之间的关联如下：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2}} = \frac{1}{\lambda} = \mu \tag{5}$$

无记忆性（memoryless）是指数分布的一大特征，表明任意时段之后发生的概率与开始阶段之后事件所发生的概率相同。以等待时间举例说明，假设存在随机变量 x 服从参数为 λ 的指数分布，那么对于任意的 $s, t > 0$ ，在已知等待时间已经超过 s 的条件下，再等待超过 t 时间的概率与从最开始就等待超过 t 时间的概率相同，即如下公式成立：

$$P(x > s + t | x > s) = P(x > t) \tag{6}$$

3.1.2 指数分布优化算法的具体实现流程

在指数分布优化算法的初始阶段，我们先对一系列变量进行初始化操作，其中包括矩阵 $X_{winners}$ ，矩阵 **Fitness**，矩阵 **memoryless** 等核心矩阵，其功能描述如表 3-1 所示。

表 3-1 指数分布优化算法中的核心矩阵及其功能描述

矩阵名称	功能描述
矩阵 $X_{winners}$	初始阶段存放 N 组指数分布的可能解，每组解有 dim 个维度； $X_{winners}$ 矩阵通过筛选得到真正的最优解，是算法的核心矩阵之一
矩阵 Fitness	存放每组解的适配度并按适配度进行排序，从而获取 $X_{guiding}$ 矩阵并筛选出帕累托最优解集，是指数分布优化算法的核心矩阵之一

矩阵 Archive_X	实时存档并更新矩阵 $X_{winners}$
矩阵 Archive_F	实时存档并更新矩阵 Fitness
矩阵 V	用于存放筛选更新后的所有可能解集，是算法的核心矩阵之一
矩阵 memoryless	用于存放上一级最新的矩阵 $X_{winners}$ ，便于勘探阶段的策略筛选

续表 3-1 指数分布优化算法中的核心矩阵及其功能描述

首先，我们会对初始化后的矩阵 $X_{winners}$ 求得相应的适配度，从而得到 **Fitness** 矩阵。适配度反映该每一组解集的优劣程度，从而便于后续对矩阵 **Fitness** 和矩阵 $X_{winners}$ 进行升序排序操作。在指数分布优化算法中，某解集的适配度越低，则说明了该解集越优。指数分布优化算法中适配度具体的计算规则（以 ZDT1 测试函数为例）如下所示：

$$Fitness_i = \begin{cases} X_{winners_1}, & i = 1 \\ 1 + \frac{9 * \sum_{j=2}^n X_{winners_j}}{n-1}, & i = 2 \end{cases} \quad (7)$$

在完成对矩阵 **Fitness** 和矩阵 $X_{winners}$ 的升序排序操作之后，我们选取序列当中的前三个解的均值作为指导解（Guiding Solution），以便于后续对矩阵 $X_{winners}$ 中的解进行更新进化时，矩阵 $X_{winners}$ 中非最优解向着全局最优的方向进化。指导解的公式如下：

$$X_{guiding} = \frac{X_{winners_best1} + X_{winners_best2} + X_{winners_best3}}{3} \quad (8)$$

随后，在最大的循环次数之内，算法会进行勘探（Exploitation）和开发（Exploration）操作。勘探是一种局部搜索，可以使群体个体成功地收敛到一个潜在的领域，并极有可能获得全局最优解，但同时也有一定概率得到局部最优。开发是一种全局搜索，指的是该算法能够访问搜索环境中不可见的邻域，以提高找到全局最优位置的效率，同时避免算法陷入局部最优的泥沼。所以，平衡勘探和开发是一个需要着重考虑的问题之一。

在勘探环节中，由于矩阵 $X_{winners}$ 的解经过进化和筛选后，矩阵中适配度更小的优解会替代并成为暂时最优解，即胜利者（Winner）；适配度大于最优解的劣解会使得最优解保持不变，即失败者（Loser）。此时算法处于勘探阶段，两种解将以不同方式进化：对于胜利者，该算法会使得其继续在该领域勘探；对于失败者，该算法会借助矩阵 $X_{guiding}$ 中的指导解引导该解向优解的方向移动。其具体的运算法则及对应条件如下所示：

$$V_i^{time+1} = \begin{cases} a.(memoryless_i^{time} - \sigma^2) + b.X_{guiding}^{time}, & X_{winners_i}^{time} = memoryless_i^{time} \\ b.(memoryless_i^{time} - \sigma^2) + \log(\Phi).X_{winners_i}^{time}, & X_{winners_i}^{time} \neq memoryless_i^{time} \end{cases} \quad (9)$$

其中，参数 a 等同于 $(f)^{10}$ ， b 等同于 $(f)^5$ ， f 的取值在 $2 * \text{rand} - 1$ 的随机范围之内。与之不同的是，开发阶段中的算法采用的是全局搜索的模式，利用随机挑选的两个解，求得全局最优解的一个可能的方向。其具备两点优势：一是快速发掘出全局最优解所可能存在的区域，二是有助于规避陷入局部最优解。开发阶段的运算法则如下所示：

$$V_i^{\text{time}+1} = X_{\text{winners}_i}^{\text{time}} - M^{\text{time}} + (c * Z_1 + (1 - c) * Z_2) \quad (10)$$

$$M^{\text{time}} = \frac{1}{N} * \sum_{j=1}^N X_{\text{winners}_{j,i}}^{\text{time}}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, \text{dim} \quad (11)$$

其中， M^{time} 是当前循环下的矩阵 X_{winners} 所有解的均值，代表当前搜索区域内全局最优解可能存在的方位。 Z_1 和 Z_2 代表开发阶段所随机挑选出来的可能解。参数 c 是一个相对系数，代表 Z_1 与 Z_2 两个随机解所指示出的全局最优解可能存在的方位，算式如下：

$$c = \frac{1 - \text{time}}{\text{Max_time}} * f \quad (12)$$

在完成当前循环的勘探或开发工作后，算法会将更新后的解集，即矩阵 V ，依据相同的运算法则计算适配度。最后，算法会逐一比对每一个解的新旧适配度的优劣程度：如果适配度值更小，即更优解，则存放在矩阵 X_{winners} 中；如果适配值大于或等于原先的适配值，即一般解或劣解，则不对其进行更新操作。至此，算法完成了对矩阵 X_{winners} 的第一次更新。随后算法将依照最大循环重复上述操作，直至寻找到相对全局最优解。为了直观简洁的理解，我们利用可视化操作制作了指数优化算法的流程图，如下所示：

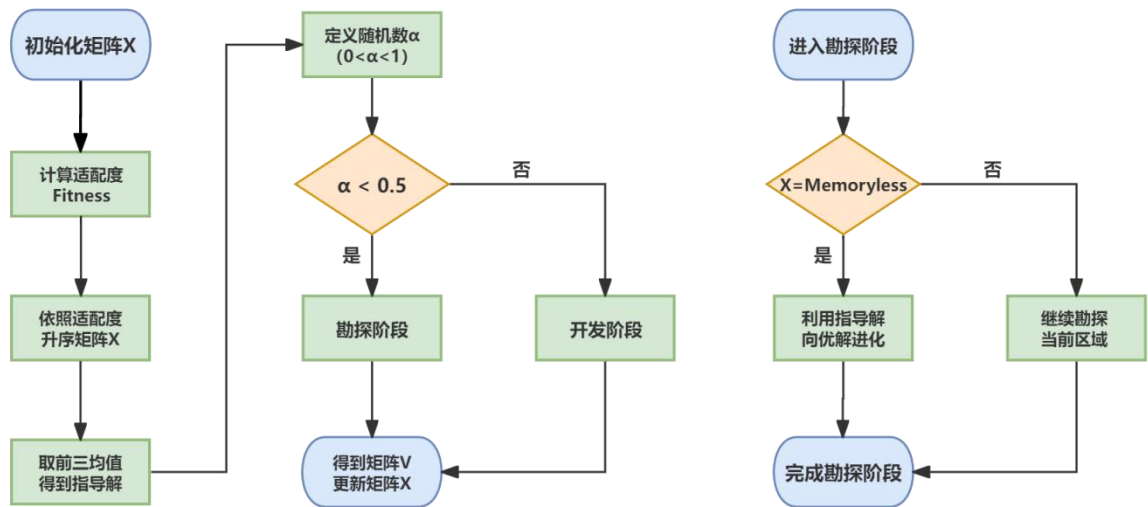


图 3-1 指数分布优化算法流程图（单循环）

3.1.3 多目标指数分布优化算法的实现流程

多目标指数分布优化算法是在指数分布优化算法的基础上引入多目标机制而加以改进的一类算法，其具体数学框架和核心实现流程与后者相同。此外，多目标指数分布优化算法增添了信息反馈机制（Information Feedback Mechanism, IFM）和拥挤距离（Crowding Distance, CD）两个新概念，旨在寻找帕累托最优解集，或称帕累托前沿。

信息反馈机制，可以将多目标优化问题分解为多个单目标子任务，以提高算法的执行效率和优化效果。原有的指数分布优化算法通过随机数 α ，使得勘探和开发的发生概率相同，易于陷入局部最优且进化速度偏慢。但在多目标指数分布优化算法中，信息反馈机制通过动态调整勘探和开发之间的平衡，促进算法在搜索过程中不断逼近 Pareto 最优前沿，并有效避免陷入局部最优。信息反馈机制的具体的运算法则如下所示：

$$X_i^{\text{time}+1} = \partial_1 * U_i^{\text{time}+1} + \partial_2 * X_k^{\text{time}} \quad (13)$$

$$\partial_1 = \frac{f_k^{\text{time}}}{f_i^{\text{time}+1} + f_k^{\text{time}}} \quad (14)$$

$$\partial_2 = \frac{f_k^{\text{time}+1}}{f_i^{\text{time}+1} + f_k^{\text{time}}} \quad (15)$$

显然， ∂_1 和 ∂_2 是两个和为一的系数，根据前后两次循环中解的差异进行调节，来平衡勘探和开发二者的占比。不同于指数分布优化算法寻找单个相对最优解，多目标指数分布优化算法由于存在多个相互冲突的目标函数，其最终目标是找寻到一组最优解集。所以，在矩阵 X_{winners} 进行更新迭代后，可能会出现最优解集的项数大于规定的，抑或是初始的，最优解集的项数。此时，算法需计算该解集中每一项之间的拥挤距离，从而将距离相近的点进行排查筛选，并保留拥挤距离大的项。拥挤距离的运算法则如下所示：

$$CD^i = \frac{F^{i+1} - F^{i-1}}{F^{\text{max}} - F^{\text{min}}} \quad (16)$$

其中，矩阵 F 即矩阵 **Fitness**，代表着单一目标上的适配度。最终，解集中每一项的拥挤距离等同于所有单一目标的适配度的加和。经过拥挤距离的筛查，算法将得到相对最优的帕累托解集，完成多目标优化任务。为评价该算法的收敛性和多样性，我们引入代际距离 (Generational Distance, GD)，反代际距离 (Inverse Generational Distance, IGD)，空间距离 (Spacing, SP) 和空间延伸 (Spread, SD) 等概念对算法进行客观的评判。

4 结论

在高速信号通道模型建模方面，我们成功仿真并导出了大量 S 参数文件，日后有望引入更多参数变量以完善对信号质量影响因素的探究。机器学习方面，深度神经网络对眼高眼宽的预测相对优于支持向量机的表现，在一定程度上缩小了眼高眼宽预测的偏差，并将预测眼宽的误差控制在了 10^{-10} 之内，日后我们将实时跟进机器学习领域新算法的发表，将其应用于高速信号通道中信号波形的眼高眼宽的预测，提升算法精度与速度。

该课题在多目标优化算法的调研及其应用方面有所欠缺，后续会将重心放置于调研新的多目标优化算法，以及与传统的经典多目标优化算法在预测准确性、收敛速率、防止局部最优等角度进行优劣比较两个方面。其次，我们将尝试把多目标指数分布优化算法与高速信号通道模型相结合，以眼高眼宽的误差率为约束条件，配合机器学习算法来提高预测眼高眼宽的精度。同时，我们团队也将寻求新的机器学习方法，如循环神经网络（Recurrent Neural Network）、KAN 神经网络以高效且准确完成对眼高眼宽等参数的预测，并以此探究高速信号通道中各参数变量对于所传输的高频信号质量的影响程度。